

## ■ 心筋 SPECT ソフトウェア紹介 No1. Dyssynchrony を読む

# フーリエ変換と位相の考え方

中嶋憲一

金沢大学・核医学

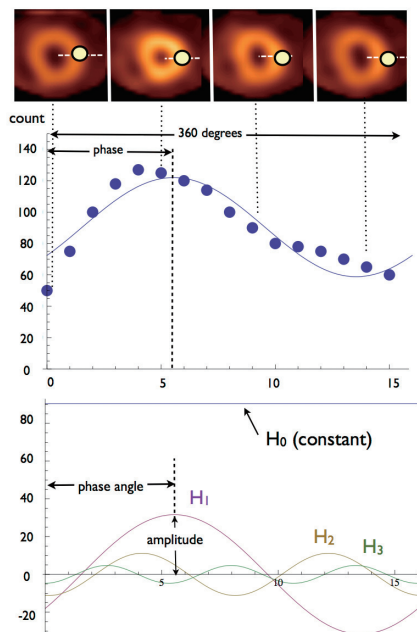
### フーリエ (Fourier) 変換とは？

心臓核医学では心臓収縮の時間的解析の一つとして位相解析 (phase analysis) が施行され、その基本にフーリエ変換が行われている。このフーリエ変換は複雑な周期関数が、波動である三角関数の和として表現できるというものである。一般的には、実数値や複素数値関数にも適用できるが、この項では離散的な時間放射能曲線である心臓の容積曲線や収縮拡張の曲線を扱うので、フーリエ級数の形でその基本的な考え方を記載する。周期関数は一般的には時間方向の変数を  $t$  とすれば、

$$a_0/2 + \sum (a_k \cdot \cos [kt] + b_k \cdot \sin [kt])$$

の形で表される。この  $\sum (a_k \cdot \cos [kt])$  はフーリエ余弦級数、 $\sum (b_k \cdot \sin [kt])$  がフーリエ正弦級数である。基本波 ( $k=1$ ) の成分は曲線の大きな変化が、周期が RR 間隔と一致する三角関数で表される (図 1)。一方、高次の高調波成分 ( $k=2,3,\dots$ ) は次数が高くなるほど、

図 1 壁厚カウントの変化 (●) にフーリエ変換を行った例。H<sub>0</sub> は定数、H<sub>1</sub>、H<sub>2</sub>、H<sub>3</sub> はそれぞれ、1 次、2 次、3 次の高調波成分である。



曲線の細かい変化を反映する。この基本波から高調波までを加算すると、元の点を結ぶ周期関数が得られる。

### 基本波成分での近似

局所の時間放射能曲線を想定して、心筋の壁厚 (あるいは壁カウント) の変化の各点をプロットしてみる (図 1 は RR16 分割の場合)。これにフーリエ変換の基本波成分を用いて近似した曲線は周期が RR 間隔と一致する三角関数であり、

$$a_0/2 + a_1 \cdot \cos (t) + b_1 \cdot \sin (t)$$

の形で近似される。 $a_0/2$  は定数であり各値の平均値に相当する (図 1 の H<sub>0</sub>)。この関数は単一の三角関数  $y=A \cdot \cos(t - \phi)$  に合成できるので、以下のようになる。

$$\text{phase } \phi = \tan^{-1} (b_1/a_1)$$

単位は角度 (度、ラジアン、時間に直す場合は RR 間隔より計算)

$$\text{amplitude } A = \sqrt{(a_1^2 + b_1^2)}$$

一般的に  $n$  次の高調波までを用いれば、 $k=1,2,\dots,n$  として、 $a_0/2 + \sum (a_k \cdot \cos [kt] + b_k \cdot \sin [kt])$  の形で表すことができる。

容積あるいは壁厚増加の曲線が、三角関数に近い対

図 2 左室の中隔と心尖部に血流欠損があり dyssynchrony を有する症例の位相解析の例。心室全体のヒストグラムと、中隔、心尖部、側壁の各領域で計算した位相ヒストグラムを平均±標準偏差とともに示す。なお、処理は QGS ソフトウェアによる。

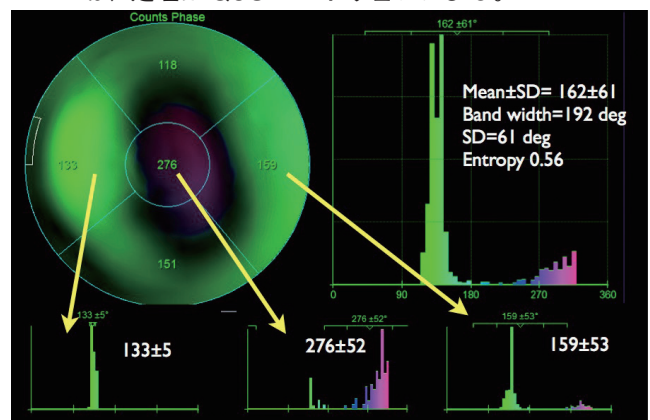
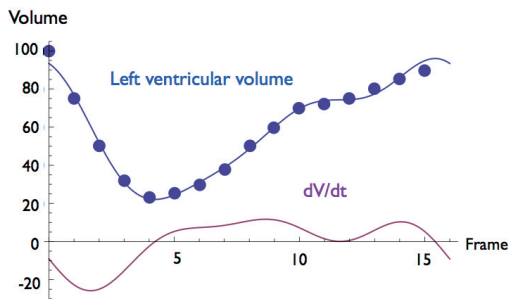


図3 3次高調波成分までを用いて近似した左室容積曲線の例。微分曲線 (dV/dt) も容易に計算できる。



称的な形であれば、元の点と三角曲線はおよそ一致する。一方、拡張期が長い（例えば脈が遅い）ときや dyssynchrony の状態では、近似曲線のピークが元の点のピークとずれるので、位相の絶対値を読む場合には注意が必要である（図1でもずれがある）。ただ、位相画像として表示する場合には、この時間のずれは相対的な順序で表されれば良いと考えれば、基本波の位相で十分に収縮の順序を表現していることになりノイズにも影響されにくい。

#### 位相解析のパラメータ

- 位相: 基本波成分となる三角関数の位相
- 振幅: 基本波成分となる三角関数の振幅  
dyssynchrony の指標としては様々な計算方法が提案されている。一般的に次のような指標が含まれるが、各ソフトの仕様を参照されたい。
- 標準偏差: 左室内の位相分布の標準偏差

- bandwidth: ヒストグラムで95%の値が入る位相の幅
- entropy:  $\varepsilon = -\sum f_i \cdot \log_e f_i / (\log_e n)$   
 $f_i$  はヒストグラム内のビン*i*内の度数、 $n$  はヒストグラムのビン数、完全に単一の値ならば0、完全に無秩序なら1となる。ヒストグラムは正規分布ではないので標準偏差よりエントロピーの方が優れているとの報告もある。
- 中隔と側壁の収縮時間の差、あるいは特定の領域間の収縮の差など

#### 高調波による容積曲線の近似

基本波を用いる近似はピクセル単位の時間放射能曲線に対しては用いることができるが、容積曲線の近似にはさらに高次の高調波成分を用いることでフィッティングの精度を上げることができる。フーリエ変換での近似は優れた曲線の特徴抽出法であり、現データの数値的な加重平均を用いる平滑化方法と比べても効果的である。もう一つの利点は三角関数の和なので容積曲線の微分も簡単に行えることにある。図3は、容積曲線に基本波から3次の高調波までの和を用いて近似した容積曲線と微分曲線の例である。一般的には3次または4次高調波までの加算で容積曲線の良好なフィッティングが可能である。